

## Unioni e vincoli esterni

Le unioni e i vincoli esterni collegano le varie parti della struttura dando vita all'organismo strutturale, realizzano lo schema statico della struttura, sono progettate per resistere e deformarsi a certi sforzi e modificano localmente gli elementi che collegano.

I metodi di calcolo per la verifica delle unioni sono specifici e diversi da quelli derivanti dalle teorie di De Saint Venant. Le unioni sono infatti elementi localizzati e contraddicono le ipotesi di De Saint Venant.

Esistono unioni chiodate, bullonate ordinarie o ad alto carico con bulloni ad alta resistenza, con perni e saldate. Le unioni sono concepite se uniscono singoli pezzi di legno, immissione per dare origine alle membrature, sono difese se uniscono membrature diverse (trave-colonna).

### Unioni chiodate

Una volta forati gli elementi da unire si inserisce il chiodo dopo averlo riscaldato a  $1200^{\circ}$ . Infine si ribatte il gambo del chiodo per ottenere una seconda testa.

I fori devono essere leggermente più grandi dei gambi dei chiodi. Si distinguono chiodi di diametro  $d = 10, 13, 16$  ecc e fori di diametro  $\phi = 10,5, 14, 17$ , ecc.

Ribattendo il chiodo esso riempie completamente il buco, poi però raffreddandosi si contrae generando una tensione ad esso intorno che si riduce nel tempo. Pertanto nei calcoli viene trascurata.

Le verifiche sui chiodi sono analoghe a quelle sui bulloni.

### Unioni bullonate

I bulloni sono composti da testa esagonale e gambo perlopiù o completamente filettato, dado esagonale e non delle ariete.

I bulloni vengono classificati in base al diametro e alle aree delle sezioni del gambo non filettato e filettato. Quest'ultima è detta area resistente. Anche qui

il diametro dei fori è leggermente maggiore di quello dei bulloni. La distribuzione degli stessi, e quindi della  $f_{d3}$  valore, va progettata correttamente in base a considerazioni cubari di distribuzione.

I bulloni possono essere classificati anche in base alle tensioni di rottura  $f_{tB}$  e di snervamento  $f_{yB}$ . Per la verifica si usano i due seguenti metodi:

- delle tensioni ammissibili:

$$\sigma_{ad} \leq \sigma_{amm} = \frac{1}{\gamma} \min\{0,7 f_{tB}; f_{yB}\}, \quad \gamma = 1,5$$

In cui la tensione ideale è data da una versione "modificata" del criterio di Huber-Von Mises-Hencky:

$$\sigma_{ad} = \sqrt{\sigma_{tB}^2 + 2\tau_{tB}^2}$$

Con  $\sigma_{tB}$  e  $\tau_{tB}$  tensioni normale e tangenziale agenti sul bullone.

- dei coefficienti parziali:

$$f_{tad} = \frac{f_{tB}}{\gamma_{t2}}$$

$$f_{yad} = \frac{f_{yB}}{\gamma_{t2}}$$

Con coefficiente parziale  $\gamma_{t2} = 1,25$ .

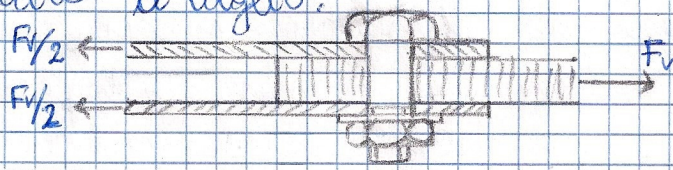
Il serraggio dei bulloni, cioè l'operazione che consente di metterli in opera, provoca una tensione equilibrata dell'attrito tra piastra e bullone e una precompressione del bullone equilibrata dalla precompressione delle piastre. Se si applica uno sforzo troppo elevato il bullone si rompe.

I bulloni possono essere sollecitati a taglio, a trazione o a entrambe le sollecitazioni.

Se l'unione è sollecitata a taglio e/o a trazione i bulloni sono sollecitati a taglio, se la prima è soggetta a trazione e/o a flessione i secondi sono soggetti a trazione. Taglio e trazione sui bulloni si hanno se l'unione è soggetta a combinazioni di sollecitazioni quali taglio e trazione.

Occorre quindi analizzare una per una le sollecitazioni sulle unioni:

- unioni sollecitate a taglio:



Si definiscono un carico limite di esercizio  $F_{v,t}$ , che dipende dall'attrito tra le piastre e che viene raggiunto quando esse iniziano a scivolare per effetto delle forze, e un carico limite ultimo, che rappresenta la resistenza massima dell'unione e dipende dal meccanismo di collasso. Esistono quattro meccanismi di collasso: per taglio del bullone, rifollamento della lamiera e taglio della lamiera. Ecco le verifiche sulle rotture:

- per taglio: in campo elastico lineare:

$$V_b = \frac{F_v}{n} \Rightarrow \sigma_b = \frac{V_b}{m \cdot A_b}$$

La forza  $V_b$  agente sul singolo bullone è pari alla forza totale  $F_v$  divisa per il numero  $n$  di bulloni. La tensione tangenziale agente nel gambo è pari alla forza  $V_b$  divisa per  $m$  volte la sezione di calcolo del bullone, con  $m$  numero dei piani di contatto. La sezione di calcolo è  $A_b = A$  se la filettatura è esterna allo spessore delle piastre collegate; e  $A_b = A_{res}$  in caso contrario. Al limite plastico e allo stato limite ultimo, rispettivamente:

$$V_{b,p} = \frac{f_{yb} A_b}{\sqrt{2}} = 0,707 f_{yb} A_b \quad V_{b,u} = \frac{f_{tb} A_b}{\sqrt{2}} = 0,707 f_{tb} A_b$$

Per  $m=1$ , con  $f_{yb}$  e  $f_{tb}$  tensioni di snervamento e di rottura. La resistenza a taglio di progetto è invece:

$$F_{v,rd} = \frac{\alpha \cdot f_{tb} \cdot A_b}{\gamma_{M2}}$$

Con  $\alpha = 0,6$  se  $A_b = A$ ,  $\alpha = 0,5$  se  $A_b = A_{res}$  (classi 4,6, 5,6 e 6,8),  $\alpha = 0,5$  se  $A_b = A_{res}$  (classi 8,8 e 10,9);  $\gamma_{M2} = 1,25$

- per rifollamento: la tensione questa volta è normale. In campo elastico lineare:

$$\sigma_r = \frac{V_r}{t \cdot d}$$

$V_r$  sforzo agente sulla lamiera,  $t$  spessore,  $d$  diametro del bullone. La tensione ammissibile di rifollamento è data da:

$$\sigma_{r,amm} = \alpha \cdot \sigma_{amm}$$

Con  $\alpha = a/d$  ( $a$  distanza del foro dal bordo libero in direzione della forza). Il valore ultimo è:

$$V_{r,u} = f_t \cdot d \cdot t$$

La resistenza di progetto per ruffamento  $\sigma$ :

$$F_{t,rd} = k \alpha f_{tk} d t$$

Con  $k$  e  $\alpha$  coefficienti adimensionali che dipendono dalla distribuzione dei bulloni e dalla loro posizione rispetto ai bordi della lamiera.

∴ per trazione: in campo plastico:

$$\sigma_e = F_e / A_m$$

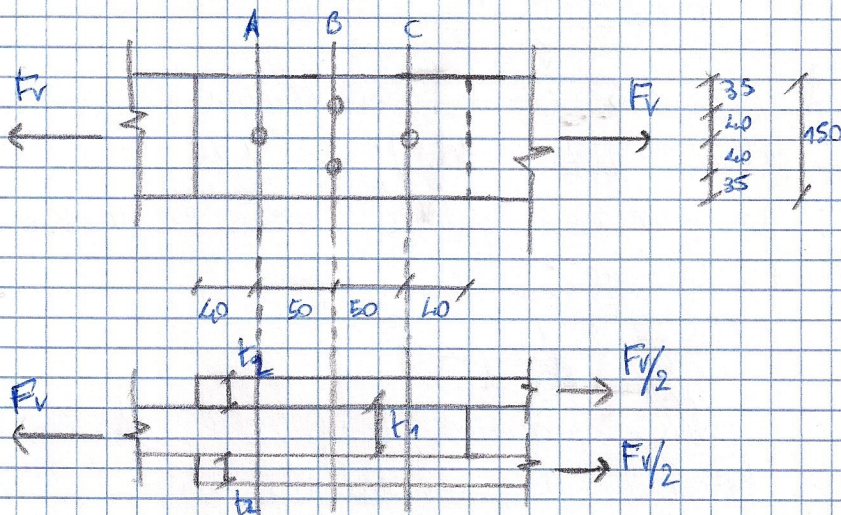
Con  $F_e$  forza agente sulla lamiera e  $A_m$  area della sezione deprivata dei fori. La resistenza di progetto  $\sigma$ :

$$F_{t,rd} = \min(F_{p,rd}; F_{t,rd})$$

Con  $F_{p,rd} = A \cdot f_{yk}$  resistenza limite plastica della sezione lorda e  $F_{t,rd} = 0,9 A_m \cdot f_{tk}$  resistenza a rottura della sezione netta.  $f_{yk}$  e  $f_{tk}$  sono  $\sigma_{yk}$  di snervamento e di rottura, mentre  $\gamma_{M0} = 1,05$  e  $\gamma_{M2} = 1,25$ . Inoltre l'area netta  $A_m = t_e (b - \phi)$ . Se ci sono più sezioni si assume come critica quella che corrisponde al minimo percorso passante tra i fori.

∴ per taglio della lamiera: trascuriamo tale verifica.

Consideriamo ad esempio 3 lamiere di larghezza  $b = 150 \text{ mm}$  e spessore  $t_1 = 16 \text{ mm}$  (lamiera interna) e  $t_2 = 10 \text{ mm}$  (lamiere esterne). Acciaio S355, bulloni di classe 6.8 diametro del foro  $\phi = d + 1 \text{ mm}$ , con  $d$  diametro del bullone. La filettatura  $\sigma$  esterna alle lamiere da collegare:



$$f_{tb} = 480 \text{ N/mm}^2 \quad f_{tb} = 600 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yk} = 355 \text{ N/mm}^2 \quad f_{tk} = 510 \text{ N/mm}^2$$

$$d = 14 \text{ mm} \quad \phi = 15 \text{ mm}$$

$$A = 154 \text{ mm}^2 \quad A_{m2} = 115 \text{ mm}^2$$

$$F_v = 240 \text{ kN}$$

Verifica a rottura per taglio:

$$m = 4 \Rightarrow V_b = \frac{240}{4} = 60 \text{ kN} \Rightarrow \sigma_b = \frac{V_b}{m \cdot A_b} = \frac{60000}{2 \cdot 154} = 194,8 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{amm} = \frac{1}{1,5} \min(0,7 \cdot 600; 480) = 280 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{ad} = 1,2 \cdot 194,8 = 233,8 \text{ N/mm}^2 < 280 \text{ N/mm}^2 = \sigma_{amm} \text{ soddisfacente}$$

Verifica a rifollamento:

$$\sigma_{amm} = \frac{40}{14} \cdot 280 = 800 \text{ N/mm}^2$$

essendo  $800 \text{ N/mm}^2 > 2,5 \cdot 280 = 700 \text{ N/mm}^2$  scegliamo (per normativa)  $\sigma_{amm} = 700 \text{ N/mm}^2$ . Rifollamento sulle lamiere:

$$\sigma_{r1} = \frac{60000}{14 \cdot 16} = 268 \text{ N/mm}^2 < 700 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_{r2} = \frac{60000}{2 \cdot 14 \cdot 10} = 214 \text{ N/mm}^2 < 700 \text{ N/mm}^2$$

Entrambe soddisfatte. Abbiamo fatto la verifica solo nei casi di maggior sollecitazione, relative alle sezioni con rimpallo zero.

Verifica a trazione della lamiera (eseguita su tutti i bulloni, anche se basterebbe solo su quelli più sollecitati):

$$\sigma_{t1} = \frac{F_v}{(b-\phi) \cdot t_1} = 111 \text{ N/mm}^2 < 280 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t2} = \frac{F_v - F_v/4}{(b-2\phi) \cdot t_2} = 96 \text{ N/mm}^2 < 280 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t3} = \frac{F_v - 3/4 F_v}{(b-\phi) \cdot t_1} = 28 \text{ N/mm}^2 < 280 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t4} = \frac{F_v/2}{(b-\phi) \cdot t_2} = 89 \text{ N/mm}^2 < 280 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t5} = \frac{F_v - F_v/4}{2(b-2\phi) \cdot t_2} = 75 \text{ N/mm}^2 < 280 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t6} = \frac{F_v - 3/4 F_v}{2(b-\phi) \cdot t_2} = 22 \text{ N/mm}^2 < 280 \text{ N/mm}^2$$

Finora siamo rimasti in campo elastico. Procediamo al calcolo e rottura supponendo una forza di calcolo  $F_{rd} = 360 \text{ kN}$ .

Verifica a taglio:

$$F_{v,rd} = \frac{0,6 \cdot 600 \cdot 154}{1,25} = 444,35 \text{ kN}$$

$$F_{v,rd,tot} = 444,35 \cdot 2 \cdot 4 = 354,8 \text{ kN} < 360 \text{ kN} \text{ non soddisfatta.}$$

Verifica a rifollamento:

$$F_{b,rd} = k \alpha \cdot f_{or} \cdot d \cdot t$$

Con:

$$\alpha = \min \left\{ \frac{e_1}{3\phi}; \frac{f_{bb}}{f_{tk}}; 1 \right\} = \min \left\{ \frac{40}{3 \cdot 15}; \frac{600}{510}; 1 \right\} = \min \{ 0,89; 1,18; 1 \} = 0,89$$

$$k = \min \left\{ \frac{2,8 \cdot e_2}{\phi}; 1,7; 2,5 \right\} = \min \left\{ \frac{2,8 \cdot 75}{15}; 1,7; 2,5 \right\} = \min \{ 2,3; 2,5 \} = 2,3$$

Allora:

$$F_{b,rd1} = \frac{2,3 \cdot 0,89 \cdot 510 \cdot 14 \cdot 16}{1,25} = 158,8 \text{ kN} > 90 \text{ kN} = \frac{360}{4} = V_{bd1}$$

$$F_{b,rd2} = \frac{2,3 \cdot 0,89 \cdot 510 \cdot 14 \cdot 10}{1,25} = 124,2 \text{ kN} > 45 \text{ kN} = \frac{360}{8} = V_{bd2}$$

Verifica a trazione:

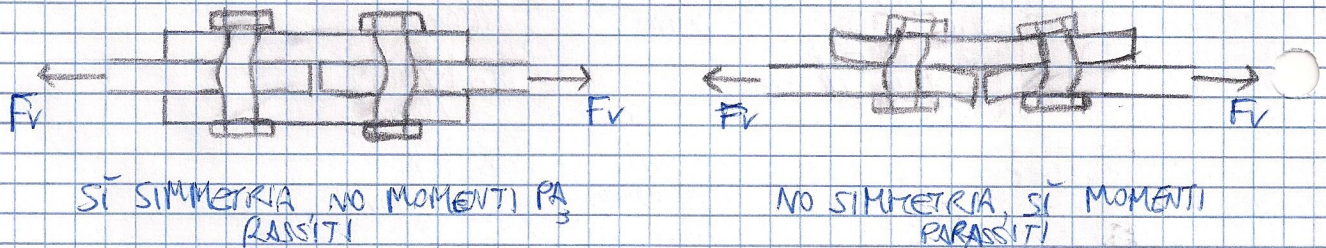
$$F_{t,rd1} = \min \left\{ \frac{150 \cdot 16 \cdot 355}{1,05}; 0,9 \cdot \frac{(150 - 2 \cdot 15) \cdot 16 \cdot 355}{1,25} \right\} = \min \{ 811; 705 \} = 705 \text{ kN}$$

$$F_{t,rd2} = \min \left\{ \frac{150 \cdot 40 \cdot 355}{1,05}; 0,9 \cdot \frac{(150 - 30) \cdot 40 \cdot 355}{1,25} \right\} = \min \{ 507; 441 \} = 441 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow V_{ed1} = 360 \text{ kN} < 705 \text{ kN} = F_{t,rd1} \quad V_{ed2} = 180 \text{ kN} < 441 \text{ kN} = F_{t,rd2}$$

Verifiche soddisfatte.

Nelle nostre analisi accenniamo brevemente agli effetti secondari di un giunto sollecitato a taglio. Se c'è un piano di simmetria nella direzione degli sforzi di taglio non vi sono effetti secondari. Altrimenti si generano momenti parassiti o altri fastidiosi:



Se la trazione agisce su elementi collegati a una piastra sola su un'ala si considera come area resistente la somma dell'area netta dell'ala collegata più una frazione  $\eta$  dell'area netta non collegata (rispettivamente  $A_1$  e  $A_2$ ):

$$A = A_1 + \eta A_2$$

Per angolari singoli  $\eta = \frac{3A_1}{3A_1 + A_2}$ , per coppie di angolari collegati sullo stesso lato della piastra  $\eta = \frac{5A_1}{5A_1 + A_2}$ , ecc.  
 È bene che il bullone sia basso: se snello vi sono infatti fatti eccessivi comportamenti flessionali;

- unioni sollecitate a taglio e a trazione: la forza non è applicata nel baricentro della bulloneria. Ciò provoca l'insorgere di un momento torcente. Supponendo che le lamiere siano infinitamente rigide e che i bulloni siano perfettamente elastici, tutti con la stessa area resistente, si procede come segue:

- si assume che il centro di rotazione  $C$  della bulloneria coincida con il suo baricentro  $G_B$ ;
- la forza  $F_v$  di trazione è viene trasportata nel baricentro e si genera il momento torcente  $M = F_v \cdot e$ ;
- $F_v$  si ripartisce in parti uguali su ogni bullone;

∴ il momento torcente  $M$  provoca su ogni bullone una forza ortogonale al segmento che congiunge il bullone al baricentro della bullonatura, di entità proporzionale alla distanza stessa.

Se  $m$  è il numero di bulloni, la componente del taglio su ciascun bullone è  $S_{vi} = \frac{F_v}{m}$ . È dovuta alla forza  $F_v$  trasportata sul baricentro. Le componenti dovute invece al momento torcente è:

$$S_{vi} = k d_i, \quad M = \sum_j S_{vj} d_j = \sum_j k d_j^2 \Rightarrow k = \frac{M}{\sum_j d_j^2} \Rightarrow S_{vi} = \frac{M d_i}{\sum_j d_j^2}$$

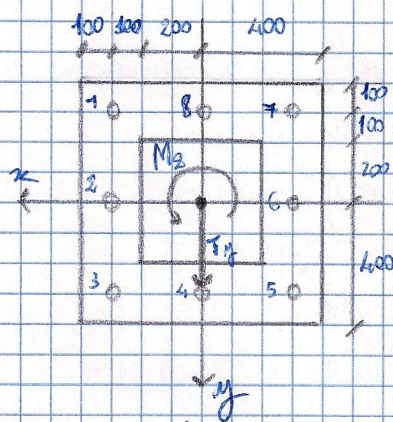
Usando la distanza  $d_i$  dell' $i$ -esimo bullone dal baricentro e l'equilibrio alle rotazioni intorno a  $C$  otteniamo dunque la costante di proporzionalità  $k$ .

Le due componenti  $S_{vi}$  e  $S_{vi}$  vanno infine sommate vettorialmente:

$$\begin{aligned} V_{bi,x} &= S_{vi} \cos \alpha - S_{vi} \sin \alpha \\ V_{bi,y} &= S_{vi} \sin \alpha + S_{vi} \cos \alpha \end{aligned} \Rightarrow V_{bi} = \sqrt{V_{bi,x}^2 + V_{bi,y}^2}$$

Se  $\theta_0 = \alpha$ , cioè  $S_{vi} \perp S_{vi} \Rightarrow V_{bi} = \sqrt{S_{vi}^2 + S_{vi}^2}$ . Le verifiche da effettuare sono le stesse viste per i bulloni sollecitati da taglio puro.

Ecco un esempio:



8 bulloni di classe 6.8

$$f_{yk} = 480 \text{ N/mm}^2 \quad f_{t5} = 600 \text{ N/mm}^2$$

$$d = 12 \text{ mm} \quad A = 156 \text{ mm}^2 \quad A_{res} = 115 \text{ mm}^2$$

filettatura esterna alle lamiere

$$T_H = 120 \text{ kN} \quad M_z = 50 \text{ kN.m}$$

Abbiamo ( $i = 1, 2, \dots, 8$ )

$$S_{vi} = \frac{120000}{8} = 15000 \text{ N}$$

$$S_{vi} = \frac{50000000}{4 \cdot 424,3^2 + 4 \cdot 300^2} \cdot 424,3 = 19661 \text{ N} \quad S_{vi} = \frac{50000000}{4 \cdot 424,3^2 + 4 \cdot 300^2} \cdot 300 = 13887 \text{ N}$$

$i = 1, 3, 5, 7$

$i = 2, 4, 6, 8$

Consideriamo i bulloni più sollecitati per ottenere la forza massima!

$$V_{bi,x} = 19661 \cdot \cos 45^\circ = 13888 \text{ N}$$

$$V_{bi,y} = 15000 + 19661 \cdot \sin 45^\circ = 28888 \text{ N} \Rightarrow V_{bi} = \sqrt{13888^2 + 28888^2} = 32053 \text{ N}$$

$$V_{b2} = 15000 + 13888 = 28888 \text{ N}$$

$$V_{b2} = \sqrt{15000^2 + 13888^2} = 20442 \text{ N}$$

Quindi  $V_{bmax} = V_{b1} = 32053 \text{ N}$ :

$$\sigma_{bmax} = \frac{32053 \text{ N}}{154} = 208 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{amm} = \min\left\{\frac{0,7 \cdot 600}{1,5}; \frac{480}{1,5}\right\} = 280 \text{ N/mm}^2 < 294 \text{ N/mm}^2 = \sqrt{2} \cdot 208 = \sigma_{ad}$$

Le verifiche non sono soddisfatte. Calcoliamo infine la resistenza di progetto a taglio:

$$F_{V,rd} = \frac{0,6 \cdot 600 \cdot 154}{1,25} = 44,35 \text{ kN}$$

• unioni sollecitate a trazione: la forza  $F_T$  deve essere applicata nel baricentro della bullonatura. Le  $N_s$  e l'azione assiale agente nel gambo del bullone a causa del serraggio, si assume convenzionalmente che il distacco delle piastre inizi per  $F_T \approx 1,1 N_s = N_d$ . Se non c'è serraggio la forza  $F_T$  porta prima a svernamento ( $N_y$ ) e poi a rottura ( $N_u$ ) il bullone partendo da una condizione di pre-carico nullo. Altrimenti, partendo da  $N_s$ , si raggiunge lentamente  $N_d$  e poi si prosegue fino alla rottura. Mentre  $N_d$  è variabile,  $N_u$  è fisso, indipendentemente dal serraggio.  $N_d$  viene assunto come riferimento per lo stato limite d'esercizio.  $N_u$  è il caso ultimo che si riferisce a due possibili meccanismi di collasso:

• per trazione del bullone: in campo elastico, con  $n$  bulloni soggetti a forza  $F_T$  applicata nel baricentro:

$$N_b = \frac{F_T}{n} \Rightarrow \sigma_b = \frac{N_b}{A_b} \quad \text{con } A_b = A_{res}$$

Tenendo conto anche dell'incrudimento:

$$N_{b,u} = f_u \cdot A_b \quad \text{con } A_b = A_{res}$$

In termini di progetto a trazione la resistenza è:

$$F_{T,rd} = \frac{0,9 f_u A_b}{\gamma_{M2}}$$

• per punzonamento della lamiera: la lamiera si rompe sotto la testa o sopra il dado del bullone. L'area soggetta al punzonamento è quindi data dal diametro  $d_m$ , minore minimo tra diametro del dado e diametro medio della testa, e  $t_p$  spessore della lamiera:

$$N_{b,u} = \pi d_m t_p \frac{f_u}{\sqrt{3}} = 0,577 \pi d_m t_p f_u \quad B_{p,rd} = \frac{0,6 \pi \cdot d_m \cdot t_p \cdot f_{tk}}{\gamma_{M2}}$$

Passando a un esercizio, con lo stesso elemento di



quello precedente (sezione quadrata con 8 bulloni):

$$S355 \quad f_{yk} = 355 \text{ N/mm}^2 \quad f_{tk} = 510 \text{ N/mm}^2$$

bulloni di classe 6.8  $d_p = 20 \text{ mm}$   $d_m = 24 \text{ mm}$

forzo  $N = 100 \text{ kN}$  nominale di trazione

$$N_b = \frac{100000}{8} = 12500 \text{ N} \Rightarrow \sigma_b = \frac{12500}{115} = 108,7 \text{ N/mm}^2$$

Essendo, come al solito,  $\sigma_{b,amm} = 280 \text{ N/mm}^2 > 108,7 \text{ N/mm}^2 = \sigma_b$ , la verifica è soddisfatta. Carico a rottura con  $N_{td} = 150 \text{ kN}$

$$N_{td} = \frac{150000}{8} = 18750 \text{ N} \quad F_{0,rd} = 93 \cdot 600 \cdot 115 = 45680 \text{ N} > 18750 \text{ N} = N_{td}$$

Verifica soddisfatta. Possiamo al<sup>125</sup> parzializzare!

$$B_{p,rd} = \frac{0,6 \cdot \pi \cdot 24 \cdot 20 \cdot 510}{1,25} = 359 \text{ kN} > 187,5 \text{ kN} = N_{td}$$

Verifica soddisfatta.

unioni saldate a trazione e a flessione: la forza di trazione non è applicata nel baricentro della bullonatura e provoca un momento flettente. Anche trascinando le deformabilità della flangia, che cause momenti parassiti (ipotesi che assumiamo subito), la complicazione è notevole e il giunto può parzializzarsi.

Bisogna osservare dove cade la sollecitazione S rispetto al nocciolo centrale d'inerzia della bullonatura:

- S interno al nocciolo  $\Rightarrow$  tutti i bulloni soggetti a trazione;
- S sul contorno del nocciolo  $\Rightarrow$  tutti i bulloni soggetti a trazione, e per le quelli in corrispondenza dell'asse neutro che sono scarichi;
- S esterno al nocciolo  $\Rightarrow$  bullonatura parzializzata: una parte dei bulloni è tesa, gli altri sono scarichi. La flangia è compressa.

Dobbiamo anzitutto valutare la posizione del baricentro (immaginandoci che la bullonatura sia simmetrica rispetto all'asse  $y$ ):

$$A_b = \sum_{j=1}^n A_{bj}, \quad S_{ex} = \sum_{j=1}^n A_{bj} y_{ij} \Rightarrow y'_{GB} = \frac{S_{ex}}{A_b}$$

Se tutti i bulloni hanno la stessa area resistente  $A_b$ :

$$y'_{GB} = \frac{S_{ex}}{A_b} = \frac{\sum_{j=1}^n A_{bj} y_{ij}}{\sum_{j=1}^n A_{bj}} = \frac{A_b \sum_{j=1}^n y_{ij}}{n A_b} = \frac{\sum_{j=1}^n y_{ij}}{n}$$

Centrando un SR nel baricentro della bullonatura ( $x, y$ ), le orbite superiore  $\beta^1$  e quella inferiore  $\beta^u$  sono dati da:

$$\beta^1 = -\frac{\rho_{bx}^2}{y^1} < 0 \quad \beta^u = -\frac{\rho_{bx}^2}{y^u} > 0$$

Con  $y^1$  e  $y^u$  distanze di ciascun estremo dall'asse  $x$  e  $\rho_{bx}^2$

raggio d'inerzia della bullonatura rispetto all'asse  $x$ :

$$J_{Bx} = \sum_{j=1}^n A_{bj} \cdot y_{bj}^2 \Rightarrow \rho_{Bx} = \sqrt{\frac{J_{Bx}}{A_B}}$$

Con  $S$  applicata dentro al macaolo, o distanza  $e$  dal baricentro della bullonatura e  $y_i$  distanza dell' $i$ -esimo bullone dal baricentro stesso:

$$\bar{O}_{bi} = \frac{F_N}{A_B} + \frac{F_N \cdot e \cdot y_i}{J_{Bx}} = \frac{F_N}{A_B} + \frac{F_N \cdot e \cdot y_i}{A_B \cdot \rho_{Bx}^2} = \frac{F_N}{A_B} \left( 1 + \frac{e \cdot y_i}{\rho_{Bx}^2} \right)$$

$$\Rightarrow N_{bi} = \bar{O}_{bi} \cdot A_{bi} \Rightarrow \text{bulloni condensati: } N_{bi} = \frac{F_N}{n} \left( 1 + \frac{e \cdot y_i}{\rho_{Bx}^2} \right), \quad \bar{O}_{Bx} = \frac{N_{bi}}{A_B}, \quad J_{Bx} = A_B \sum_{j=1}^n y_{bj}^2$$

Con bullonatura parzializzata si assume che la flangia sia talmente rigida da poter individuare a priori un asse di istantanea rotazione  $c$ . Di solito  $c$  si pone sul bordo della flangia, dal lato opposto dello sforzo di trazione. Si immagina, ma che la forza di trazione  $N_{bi}$  sia proporzionale alla distanza  $y_{bi}''$  dall'asse  $c$  (relativamente all' $i$ -esimo bullone). Imponiamo poi l'equilibrio alla rotazione intorno a  $c$ :

$$N_{bi} = \bar{O}_{bi} \cdot A_{bi} = k \cdot y_{bi}'' \cdot A_{bi} \quad F_N \cdot e = \sum_{j=1}^n k \cdot y_{bj}'' \cdot A_{bj} \cdot y_{bj}''$$

$$\Rightarrow k = \frac{F_N \cdot e}{\sum_{j=1}^n A_{bj} \cdot y_{bj}''^2} \Rightarrow N_{bi} = \frac{F_N \cdot e \cdot A_{bi} \cdot y_{bi}''}{\sum_{j=1}^n A_{bj} \cdot y_{bj}''^2} \Rightarrow \bar{O}_{bi} = \frac{N_{bi}}{A_{bi}} = \frac{F_N \cdot e \cdot y_{bi}''}{\sum_{j=1}^n A_{bj} \cdot y_{bj}''^2}$$

In cui  $e$  è la distanza del centro di sollecitazione dall'asse  $c$ . Se tutti i bulloni hanno la stessa area resistente  $A_b$ :

$$N_{bi} = \frac{F_N \cdot e \cdot y_{bi}''}{\sum_{j=1}^n y_{bj}''^2} \Rightarrow \bar{O}_{bi} = \frac{N_{bi}}{A_b} = \frac{F_N \cdot e \cdot y_{bi}''}{A_b \sum_{j=1}^n y_{bj}''^2}$$

Imponendo l'equilibrio alla trazione nella direzione dello sforzo  $N$ :

$$F_N = \sum_{i=1}^n N_{bi} - C \Rightarrow C = \sum_{j=1}^n N_{bj} - F_N$$

Si ottiene la forza di compressione  $C$  sulla flangia.

Se abbiamo due travi a doppio  $T$  di uguale dimensione collegate di testa mediante un giunto flangiato o se una trave a doppio  $T$  è collegata a una colonna irrigidita in corrispondenza delle piattabande si assume che l'asse  $c$  passi per il centro della piattabanda, dal lato opposto dello sforzo di trazione.

Si assume come prima che  $N_{bi}$  sia proporzionale alla distanza  $y_{bi}''$  dall'asse  $c$ . Si immagina invece che  $C$  di compressione sia uniformemente distribuita su una porzione di piastra lunga

$2y_c$ .

Usando la solida piastra quadrata o a bulloni, immaginiamo che sia soggetta a uno sforzo di trazione  $N=100000$  applicato a  $e=200$  mm al di sotto del baricentro, lungo  $y$ :

$$M_{GB} = X_{GB} = 0 \quad I_{e} = 8 \cdot 115 = 920 \text{ mm}^2$$

$$J_{Bx} = 6 \cdot 115 \cdot 300^2 = 62100000 \text{ mm}^4 \Rightarrow \rho_{Bx} = \sqrt{\frac{62100000}{920}} = 259,8 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \beta' = -\frac{259,8^2}{300} = -225,0 \text{ mm}, \quad \beta'' = \frac{259,8^2}{300} = 225,0 \text{ mm}$$

Quando  $e < \beta''$  la sezione non è parzializzata:

$$N_{b1} = \frac{100000}{8} \left( 1 + \frac{200 \cdot 300}{259,8^2} \right) = 23611 \text{ N} \Rightarrow \sigma_{b1} = \frac{23611}{115} = 205,31 \text{ N/mm}^2$$

$$N_{b2} = \frac{100000}{8} \left( 1 + \frac{200 \cdot 0}{259,8^2} \right) = 12500 \text{ N} \Rightarrow \sigma_{b2} = \frac{12500}{115} = 108,70 \text{ N/mm}^2$$

$$N_{b3} = \frac{100000}{8} \left( 1 + \frac{200 \cdot (-300)}{259,8^2} \right) = 1388 \text{ N} \Rightarrow \sigma_{b3} = \frac{1388}{115} = 12,07 \text{ N/mm}^2$$

Se invece  $e=400$  mm  $\Rightarrow e > \beta''$  e la sezione è parzializzata. Ovvero, quando che l'asse di istantanea rotazione coincide col bordo della flangia, del lato opposto dello sforzo di trazione ( $e=800$  mm).

$$N_{b1} = \frac{100000 \cdot 800 \cdot 700}{3 \cdot 700^2 + 2 \cdot 400^2 + 3 \cdot 100^2} = 30769 \text{ N} \quad N_{b2} = \frac{100000 \cdot 800 \cdot 100}{3 \cdot 700^2 + 2 \cdot 400^2 + 3 \cdot 100^2} = 17582 \text{ N}$$

$$N_{b3} = \frac{100000 \cdot 800 \cdot 100}{3 \cdot 700^2 + 2 \cdot 400^2 + 3 \cdot 100^2} = 4395 \text{ N}$$

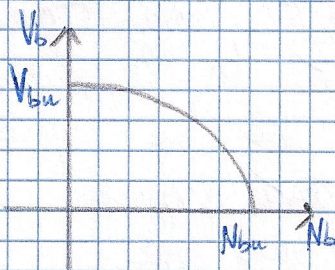
Possiamo calcolare  $C$ :

$$C = 3 \cdot 30769 + 2 \cdot 17582 + 3 \cdot 4395 - 100000 = 40658 \text{ N}$$

Per il calcolo a rottura la resistenza di progetto a trazione del bullone è:

$$F_{t,rd} = \frac{9,8 \cdot 600 \cdot 115}{1,25} = 49680 \text{ N}$$

- unioni sollecitate a taglio e a trazione: si hanno sia tensioni normali  $\sigma_b$  che tangenziali  $\tau_b$ . Ci serve la tensione ideale,  $\sigma_{bid} = \sqrt{\sigma_b^2 + 2 \tau_b^2}$ . Quando compresenza di due sforzi diversi si usa un dominio limite:



L'equazione del dominio è:

$$\frac{F_{t,bd}}{F_{t,rd}} + \frac{F_{s,bd}}{1/4 F_{s,rd}} = 1$$

Con  $F_{t,bd}$  e  $F_{s,bd}$  valori di progetto per taglio e trazione e  $F_{t,rd}$  e  $F_{s,rd}$  valori di progetto delle resistenze a taglio e trazione.

La verifica è soddisfatta se sono soddisfatte entrambe le seguenti disuguaglianze:

$$\frac{F_{t,bd}}{F_{t,rd}} + \frac{F_{s,bd}}{1/4 F_{s,rd}} \leq 1$$

$$\frac{F_{s,bd}}{F_{s,rd}} \leq 1$$

Empre con la piastra a 8 bulloni, assumendo che sia soggetta a taglio  $T_y = 120 \text{ kN}$  e a sforzo normale  $N = 300 \text{ kN}$  applicato con eccentricità e  $200 \text{ mm}$  al di sotto del baricentro, lungo l'asse  $y$ . Recuperando i risultati dei precedenti esercizi,  $V_{bi} = 15000 \text{ N}$  e  $N_{bmax} = 23611 \text{ N}$ . Inoltre  $\sigma_{bamm} = 280 \text{ N/mm}^2$ .  
 Dovranno verificare due sezioni:

• quella dove agisce il taglio (di area integrale):

$$\sigma_b = \frac{15000}{154} = 97,4 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_b = \frac{23611}{154} = 153,3 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{bid} = \sqrt{153,3^2 + 2 \cdot 97,4^2} = 206,1 \text{ N/mm}^2 < 280 \text{ N/mm}^2 = \sigma_{b,amm}$$

• quella dove non agisce il taglio (di area resistente):

$$\sigma_b = 0 \quad \sigma_{bid} = \sigma_b = \frac{23611}{115} = 205,3 \text{ N/mm}^2 < 280 \text{ N/mm}^2 = \sigma_{b,amm}$$

Per il calcolo a rottura supponiamo che  $F_{V,rd} = V_{bd} = 20 \text{ kN}$  e  $F_{T,rd} = N_{bd} = 28 \text{ kN}$ :

$$F_{T,rd} = \frac{0,9 \cdot 600 \cdot 115}{125} = 49680 \text{ N} \quad F_{V,rd} = \frac{0,6 \cdot 600 \cdot 154}{125} = 44352 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \frac{20000}{44352} + \frac{28000}{1,4 \cdot 49680} = 0,85 < 1 \quad \frac{28000}{1,25 \cdot 49680} = 0,56 < 1$$

Verifiche soddisfatte.

### Unioni ad attrito con bulloni ad alta resistenza

I bulloni devono essere di classe 8.8 o 10.9 poiché ricevono uno sforzo di serraggio molto grande. Lo sforzo di taglio trasmesso da ogni bullone è  $V_b = m \cdot \mu \cdot N_s$ , con  $m$  numero delle superfici di contatto,  $\mu$  coefficiente d'attrito,  $N_s$  forza normale di precarico. Per questo  $\mu$  deve essere molto elevato, per trasmettere un taglio maggiore. Alcune superfici vengono trattate per ottenere  $\mu = 0,45$ . In generale  $\mu = 0,30$ .

In altre parole, a differenza delle normali bullonature, in quelle ad attrito i bulloni non lavorano mai per taglio ma si confida solo sull'attrito tra le lamiere. Riferendosi al D.M. 1992, volendo usare le verifiche alle tensioni ammissibili, i bulloni devono essere serrati in modo che la forza normale di precarico sia:

$$N_s = 0,8 \cdot f_{ty} \cdot A_{ns}$$

Lo sforzo ammissibile di taglio è dato da:

$$V_{b,amm} = \frac{m \cdot \mu \cdot N_s}{\gamma}$$

Con  $\gamma = 1,25$  per condizione di carico I e  $\gamma = 1,10$  per condizione di

caso II. Se c'è un'azione che decomprime il bullone:

$$V_{bamm}^* = V_{bamm} \left(1 - \frac{N_b}{N_s}\right) \Rightarrow V_{bamm}^* = V_{bamm} \cdot \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{N_{bi}}{N_s}\right)$$

La seconda formula vale per gli  $n$  bulloni della bullonatura. Deve sempre essere  $N_b < 0,8 N_s$

Riferendoci invece al D.M. 2008 impieghiamo la verifica agli stati limite con coefficienti parziali. Forza di precarico di progetto:

$$N_{ed} = F_{acd} = \frac{f_{td} A_{nt}}{j_{nt}}$$

$f_{td}$  di rottura e  $j_{nt} = 1,1$  ( $j_{nt} = 1,0$  se il serraggio è controllato). Resistenza di calcolo allo scarramento:

$$V_{bu} = F_{r,cd} = \frac{m \mu F_{r,cd}}{j_{nt3}} = \frac{m \mu N_{sd}}{j_{nt3}}$$

Con  $j_{nt3} = 1,25$  per verifiche agli SLU,  $j_{nt3} = 1,10$  per le verifiche agli SLE. Se c'è sforzo di trazione la resistenza di calcolo si riduce:

$$V_{bu}^* = V_{bu} \left(1 - \frac{0,8 \cdot N_{bd}}{N_{sd}}\right) = V_{bu} \left(1 - \frac{0,8 F_{t,ed}}{F_{r,cd}}\right) \Rightarrow V_{bu}^* = V_{bu} \cdot \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{0,8 N_{bdi}}{N_{sd}}\right)$$

La seconda formula è riferita a bullonatura da  $n$  bulloni.

Quindi un'ultima volta con le nostre quadrette da otto bulloni di classe 8.8 ( $f_{yb} = 640 \text{ N/mm}^2$ ,  $f_{td} = 800 \text{ N/mm}^2$ ), svolgo le due verifiche:

- tensioni ammissibili, combinazione di carico I,  $T_y = 80 \text{ kN}$ :

$$N_s = 0,8 \cdot 640 \cdot 115 = 58880 \text{ N} \Rightarrow V_{bamm} = \frac{1 \cdot 0,3 \cdot 58880}{1,25} = 14131 \text{ N}$$

$$\Rightarrow V_{b,amm}^* = n \cdot 14131 = 113050 \text{ N} > 80000 \text{ N}$$

Verifica soddisfatta.

Se oltre a  $T_y$  avessimo avuto pure  $N = 66,7 \text{ kN}$  applicata con eccentricità  $e = 200 \text{ mm}$  in direzione  $y > 0$  ( $p_{02} = 259,8 \text{ mm}$ ):

$$N_{b1} = \frac{66700}{8} \cdot \left(1 + \frac{200 \cdot 300}{259,8^2}\right) = 15749 \text{ N}$$

$$N_{b2} = \frac{66700}{8} \cdot \left(1 + \frac{200 \cdot 0}{259,8^2}\right) = 8338 \text{ N}$$

$$N_{b3} = \frac{66700}{8} \cdot \left(1 - \frac{200 \cdot 300}{259,8^2}\right) = 926 \text{ N}$$

Verifiche:

$$N_{b1} = N_{b,max} = 15749 \text{ N} < 17104 \text{ N} = 0,8 \cdot 58880 = 0,8 N_s$$

$$V_{bamm}^* = 14131 \cdot \left[3 \cdot \left(1 - \frac{15749}{58880}\right) + 2 \cdot \left(1 - \frac{8338}{58880}\right) + 3 \cdot \left(1 - \frac{926}{58880}\right)\right] = 97040 \text{ N}$$

Essendo  $97040 \text{ N} > 80000 \text{ N}$  la verifica è soddisfatta.

- coefficienti parziali, sforzo di taglio di progetto  $T_{y,d} = 120 \text{ kN}$

$$N_{sd} = F_{red} = 0,7 \cdot 800 \cdot 115 = 64400 \text{ N} \Rightarrow V_{ed} = F_{s,d} = \frac{1 \cdot 0,3 \cdot 64400}{1,25} = 15546 \text{ N}$$

$$\Rightarrow V_{bu}^* = 8 \cdot 15546 = 123688 \text{ N} > 120000 \text{ N}$$

Verifica soddisfatta.

Se applichiamo  $N_d = 100 \text{ kN}$  oltre a  $T_{y,d} = 120 \text{ kN}$  (eccentricità e

$= 200 \text{ mm}$ ,  $p_{ex} = 259,8 \text{ mm}$ ):

$$N_{b1} = \frac{400000}{8} \left( 1 + \frac{200 \cdot 300}{259,8^2} \right) = 23612 \text{ N}$$

$$N_{b2} = \frac{400000}{8} \left( 1 + \frac{200 \cdot 0}{259,8^2} \right) = 12500 \text{ N}$$

$$N_{b3} = \frac{400000}{8} \left( 1 + \frac{200 \cdot (-300)}{259,8^2} \right) = 1388 \text{ N}$$

Verifica:

$$V_{bu}^* = 15546 \cdot \left[ 3 \cdot \left( 1 - \frac{23612}{64400} \right) + 2 \cdot \left( 1 - \frac{12500}{64400} \right) + 3 \cdot \left( 1 - \frac{1388}{64400} \right) \right] = 100228 \text{ N}$$

Essendo  $100228 \text{ N} < 120000 \text{ N}$  la verifica non è soddisfatta.